

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE AGUASCALIENTES

DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

ACADEMIA DE MÉTODOS ESTADÍSTICOS AVANZADOS A2

Formulario para los cursos:
Control estadístico de la calidad

Author:

Dr. José Antonio GUERRERO DÍAZ DE LEÓN

2023

Nombre	Estadístico W	$\hat{\mu}_W$	$\hat{\sigma}_W$	LCI	LCS	Fórmulas adicionales
I	x_i : observación i	\bar{X}	$\frac{\bar{R}}{1.128}$	$\bar{X} - 2.66\bar{R}$	$\bar{X} + 2.66\bar{R}$	$R_i = x_i - x_{i-1} $
$\bar{X} - R$	\bar{X}_i : media por subgrupo	\bar{X}	$\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$	$\bar{X} - A_2\bar{R}$	$\bar{X} + A_2\bar{R}$	$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$
	R_i : rango por subgrupo	\bar{R}	$d_3\hat{\sigma}$	$D_3\bar{R}$	$D_4\bar{R}$	$R_i = \max_i - \min_i$
$\bar{X} - S$	\bar{X}_i : media por subgrupo	\bar{X}	$\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$	$\bar{X} - A_3\bar{S}$	$\bar{X} + A_3\bar{S}$	$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{C_4}$
	S_i : Desv. estándar por subgrupo	\bar{S}	$\hat{\sigma}\sqrt{1 - C_4^2}$	$B_3\bar{S}$	$B_4\bar{S}$	
np	d_i : unidades defectuosas por subgrupo	\bar{d}	$\sqrt{n\bar{p}(1 - \bar{p})}$	$\bar{d} - 3\hat{\sigma}_d$	$\bar{d} + 3\hat{\sigma}_d$	$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k d_i}{k}$ $n\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k d_i}{k}$
p	p_i : proporción de defectuosos por subgrupo	\bar{p}	$\sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$	$\bar{p} - 3\hat{\sigma}_p$	$\bar{p} + 3\hat{\sigma}_p$	$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k d_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$ $\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i}{k}$ $\hat{\sigma}_{p_i} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n_i}}$ $z_i = \frac{p_i - \bar{p}}{\hat{\sigma}_{p_i}}$
	z_i : proporción de defectuosos normalizada	0	1	-3	3	
c	c_i : conteo de defectos por subgrupo	\bar{c}	$\sqrt{\bar{c}}$	$\bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$	$\bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$	$\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^k c_i}{k}$
u	u_i : defectos promedio por unidad	\bar{u}	$\sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}}$	$\bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}}$	$\bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}}$	$u_i = \frac{c_i}{n_i}$ $\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^k c_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$
			$\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$	$\bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$	$\bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$	

Nota: Salvo para la carta I , los datos están estructurados en k subgrupos de tamaño n_i . En el caso de tamaños de subgrupo constante, $n_i = n$.

1 CONSTANTES PARA LAS CARTAS DE CONTROL

n es el tamaño del subgrupo

n	d_2	d_3	C_4	A_2	D_3	D_4	A_3	B_3	B_4
2	1.128	0.8525	0.7979	1.880	0	3.267	2.659	0	3.267
3	1.693	0.8884	0.8862	1.023	0	2.574	1.954	0	2.568
4	2.059	0.8798	0.9213	0.729	0	2.282	1.628	0	2.266
5	2.326	0.8798	0.9400	0.577	0	2.114	1.427	0	2.089
6	2.534	0.8480	0.9515	0.483	0	2.004	1.287	0.030	1.970
7	2.704	0.8332	0.9594	0.419	0.076	1.924	1.182	0.118	1.882
8	2.847	0.8198	0.9650	0.373	0.136	1.864	1.099	0.185	1.815
9	2.970	0.8078	0.9693	0.337	0.184	1.816	1.032	0.239	1.761
10	3.078	0.7971	0.9727	0.308	0.223	1.777	0.975	0.284	1.716
11	3.173	0.7873	0.9754	0.285	0.256	1.744	0.927	0.321	1.679
12	3.258	0.7785	0.9776	0.266	0.283	1.717	0.886	0.354	1.646
13	3.336	0.7704	0.9794	0.249	0.307	1.693	0.850	0.382	1.618
14	3.407	0.7630	0.9810	0.235	0.328	1.672	0.817	0.406	1.594
15	3.472	0.7562	0.9823	0.223	0.347	1.653	0.789	0.428	1.572
16	3.532	0.7499	0.9835	0.212	0.363	1.637	0.763	0.448	1.552
17	3.588	0.7441	0.9845	0.203	0.378	1.622	0.739	0.466	1.534
18	3.640	0.7386	0.9854	0.194	0.391	1.607	0.718	0.482	1.518
19	3.689	0.7335	0.9862	0.187	0.403	1.597	0.698	0.497	1.503
20	3.735	0.7287	0.9869	0.180	0.415	1.585	0.680	0.510	1.490
21	3.778	0.7272	0.9876	0.173	0.425	1.575	0.663	0.523	1.477
22	3.819	0.7199	0.9882	0.167	0.434	1.566	0.647	0.534	1.466
23	3.858	0.1759	0.9887	0.162	0.443	1.557	0.633	0.545	1.455
24	3.895	0.7121	0.9892	0.157	0.451	1.548	0.619	0.555	1.445
25	3.931	0.7084	0.9896	0.153	0.459	1.541	0.606	0.565	1.435

2 RESUMEN DE PATRONES EN LAS CARTAS DE CONTROL

Patrón 1 Desplazamientos o cambios en el nivel del proceso.

- ▷ Un punto fuera de los límites de control.
- ▷ 9 ó más puntos consecutivos de un sólo lado de la línea central.
- Al menos 10 de 11 puntos consecutivos caen de un mismo lado de la línea central.
- Al menos 2 de 3 puntos consecutivos en la misma zona A.
- Al menos 4 de 5 puntos consecutivos fuera de la zona C (mismo lado).

Patrón 2 Tendencias en el nivel del proceso.

- ▷ 6 ó más puntos consecutivos ascendentes (o descendentes).
- ★ Un movimiento gradual de todos los puntos en la gráfica hacia arriba (o abajo) de la carta de control, aunque no todos los puntos en ascenso o descenso.

Patrón 3 Ciclos recurrentes (perioricidad).

- ★ Flujo de puntos ascendentes y luego descendente, y esto se repite en varios ciclos.

Patrón 4 Mucha variabilidad.

- 8 ó más puntos consecutivos a ambos lados de la línea central con ninguno en la zona C.
- ▷ 14 ó más puntos consecutivos alternando arriba y abajo

Patrón 5 Falta de variabilidad.

- 15 ó más puntos consecutivos en la zona C.

Nota: Para las cartas R , S , y para atributos solamente se verifican las pruebas marcadas con ▷.

Las pruebas marcadas con ★ son subjetivas.

3 CARTA EWMA

$$Y_0 = \bar{X}$$

$$Y_i = \lambda \bar{X}_i + (1 - \lambda)Y_{i-1}$$

$$\sigma_{Y_i} = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2 - \lambda}\right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \sigma_{\bar{X}}}$$

$$\bar{X} \pm k\sigma_{Y_i}$$

λ	k
[0.05, 0.10]	2.49
[0.10, 0.20]	2.70
[0.20, 0.30]	2.86
[0.30, 0.40]	2.93
[0.40, 0.50]	2.96
[0.50, 0.75]	2.98
[0.75, 1.00]	3.00

4 CARTA CUSUM

$$Z = \frac{\bar{X}_i - \bar{X}}{\sigma_{\bar{X}}}$$

$$S_1^+ = \max(0, Z_1)$$

$$S_i^+ = \max(0, S_{i-1}^+ + Z_i) \quad i = 2, \dots, k$$

$$S_1^- = \min(0, Z_1)$$

$$S_i^- = \min(0, S_{i-1}^- + Z_i) \quad i = 2, \dots, k$$

$$(LDB, UDB) = (-5, +5)$$

5 ARLs

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha}$$

$$ARL_\delta = \frac{1}{1 - \beta}$$

6 DISTRIBUCIONES

Distribución	$E[X]$	$V[X]$	$f(x)$
binomial	np	$np(1-p)$	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$
HiperGeom	$n \frac{K}{N}$	$n \frac{K}{N} \left(1 - \frac{K}{N}\right) \frac{N-n}{N-1}$	$\frac{\binom{K}{x} \binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}}$
Poisson	λ	λ	$\frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$
χ	$\sqrt{2} \frac{\Gamma((\nu+1)/2)}{\Gamma(\nu/2)}$	$\nu - E[X]^2$	$\frac{1}{2^{\nu/2-1} \Gamma(\nu/2)} x^{\nu-1} e^{-x^2/2}$
χ^2	ν	2ν	$\frac{1}{2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)} x^{\nu/2-1} e^{-x/2}$
normal	μ	σ^2	$\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$

ÍNDICES DE CAPACIDAD

$$Cp = \frac{ES - EI}{6\hat{\sigma}}$$

$$Cpi = \frac{\hat{\mu} - EI}{3\hat{\sigma}}$$

$$Cps = \frac{ES - \hat{\mu}}{3\hat{\sigma}}$$

$$Cpk = \min\{Cpi, Cps\}$$

donde $\hat{\sigma}$ es la asociada a la carta de control usada.

ÍNDICES Z

$$Zi = \frac{\hat{\mu} - EI}{\hat{\sigma}} = 3Cpi$$

$$Zs = \frac{ES - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} = 3Cps$$

$$Zst = \min\{Zi, Zs\} = 1.5 + Zit$$

$$PPM = \times 10^6 (P(Z > Zi) + P(Z > Zs))$$

ÍNDICES DE TAGUCHI

$$Cpm = \frac{Cp}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - T}{\sigma}\right)^2}}$$

$$Cpkm = \frac{Cpk}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - T}{\sigma}\right)^2}}$$

ÍNDICES DE RENDIMIENTO

Para Pp , Ppi , Pps , Ppk y Ppm se usan las mismas fórmulas que para los índices de capacidad, pero usando $\hat{\sigma} = S$, para

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N x_k^2 - N\bar{x}^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 - N\bar{x}^2}{N-1}}$$

con $N = kn$

Intervalos de confianza:

$$\hat{Pp} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\hat{Pp}}{\sqrt{2(N-1)}}$$

$$\left(\hat{Pp} \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2, N-1}^2}{N-1}}, \hat{Pp} \sqrt{\frac{\chi_{\alpha/2, N-1}^2}{N-1}} \right)$$

$$\hat{Ppk} \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{Ppk}^2}{2(N-1)} + \frac{1}{9N}}$$

$$\hat{Ppm} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\hat{Ppm}}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\frac{1}{2} + \frac{(\mu - T)^2}{\hat{\sigma}^2}}{\left(1 + \frac{(\mu - T)^2}{\hat{\sigma}^2}\right)^2}}$$

INTERPRETACIÓN DE ÍNDICES

Para un índice de capacidad o rendimiento

Rango	Clase	Interpretación
< 2/3	4	No adecuado. Requiere modificaciones serias
[2/3, 1)	3	No adecuado. Requiere modificaciones .
[1, 4/3)	2	Parcialmente adecuado. Requiere de control estricto
≥ 4/3	1	Adecuado
≥ 2	mundial	Se tiene calidad 6σ

ÍNDICE K

$$K = \frac{\mu - T}{\frac{1}{2}(ES - EI)} \times 100$$

SELECCIÓN DE ÍNDICE

Estado del proceso	Especificación			
	Inferior	Superior	Bilateral	
			Proceso centrado	Proceso no centrado
En desarrollo	Cpi, Zi	Cps, Zs	Cp, Cpm	Cpk, Zst, Cpkm
Establecido	Ppi	Pps	Pp	Ppk

MUESTREO DE ACEPTACIÓN

$$P_a = P(c \leq d)$$

$$AOQ = P_a p \frac{N-n}{N}$$

$$\approx P_a p$$

$$ATI = nP_a + N(1 - P_a)$$

$$= n + (1 - P_a)(N - n)$$

GRADO DE SEVERIDAD AMEF-D

Efecto	Criterio	Grado
Sin efecto	Sin efecto	1
Muy poco	Afecta el desempeño. Casi imperceptible para el cliente	2
Poco	Afecta el desempeño, perceptible por el cliente.	3
Menor	Afecta el desempeño, cliente insatisfecho	4
Moderado	Afecta el desempeño, cliente inconforme	5
Significativo	Falla parcial	6
Mayor	Falla parcial, apenas funcional	7
Extremo	Artículo inoperable	8
Serio	Peligro potencial. cumple con reglamentos y lineamientos	9
De peligro	Peligro potencial. Incumple reglamento o lineamientos	10

GRADO DE DETECCIÓN AMEF-D

Criterio	Grado
Detectado antes de la ingeniería prototipo	1
Detectado antes de entregar el diseño	2, 3
Detectado antes de producción masiva	4, 5
Detectado antes del embarque	6, 7
Detectado antes de que el cliente reciba el producto	8
Detectable antes de que ocurra la falla	9
Detectable hasta que ocurre la falla	10

GRADOS DE OCURRENCIA AMEF-D

Ocurrencia	Tasa de ocurrencia ¹	Índice Z_{lt}	Grado
Remota	1 de 1,500,000	>5.0	1
Muy poca	1 de 150,000	>4.5	2
Poca	1 de 30,000	>4.0	3
Moderada	1 de 4,500	>3.5	4
Alta	1 de 800	>3.0	5
	1 de 150	>2.5	6
	1 de 50	>2.0	7
Muy alta	1 de 15	>1.5	8
	1 de 6	>1.0	9
	1 de 3	<=1.0	10

GRADO DE OCURRENCIA AMEF-P

Probabilidad	Tasa de falla	Índice de rendimiento	Grado
Falla improbable	1 de 100,000	>1.67	1
Pocas fallas	1 de 10,000	>1.30	2
	1 de 2,000	>1.20	3
Fallas ocasionales	1 de 1,000	>1.10	4
	1 de 500	>1.00	5
	1 de 200	>0.94	6
Fallas frecuentes	1 de 100	>0.86	7
	1 de 50	>0.78	8
Fallas persistentes	1 de 20	>0.55	9
	1 de 10	<=0.55	10

¹ El grado asignado depende de la probabilidad de que la causa o mecanismo de error ocurriera, determinada en base al desempeño de un diseño similar.

GRADO DE DETECCIÓN AMEF-P

Detección	Criterios	Tipo	Grado
Casi imposible	Casi imposible o no se puede detectar	C	10
Probablemente no se detecta	Solamente con verificaciones indirectas o al azar	C	9
Poca	Solamente con doble inspección visual	C	8
Baja	Lograda solamente con inspección visual	C	7
Moderada	Lograda mediante métodos gráficos de CEP	B, C	6
Buena	Se requiere inspección de todas las partes	B	5
Alta	Medición realizada en el ajuste y verificación de la primera pieza	A, B	4
Muy alta	Por filtros múltiples de aceptación	A, B	3
Segura	Medición automática que no deja pasar partes discrepantes	A, B	2
No necesaria	No se pueden hacer partes discrepantes, diseño a prueba de errores	A	1

Tipos de detección: A) A rueba de error B) Detección automática C) Inspección manual o visual